



Nuclei fondanti della matematica e Competenze matematiche nei vari nuclei.

PREMESSA: APPUNTI DI LAVORO PER LA ELABORAZIONE DI UNA SCHEDA DI VALUTAZIONE DELLE COMPETENZE LOGICO-MATEMATICHE DI ALLIEVI DI ALTRA MADRE LINGUA DI RECENTE INSERIMENTO NELLA SCUOLA ITALIANA

Nel caso di allievi di altra madre lingua la misurazione delle competenze logico-matematiche non deve essere subordinata o inficiata dal problema linguistico: occorre mettere a punto una strategia di comunicazione che permetta di prendere conoscenza delle competenze del singolo allievo, senza che la mancata o scarsa padronanza della lingua italiana possa pregiudicare la valutazione.

Ciò è possibile solo attraverso la messa a punto di opportuni strumenti atti a valutare le competenze matematiche: mentre i test di verifica – in assenza di mediatore linguistico - devono essere di caso in caso appositamente predisposti, in funzione del livello di conoscenza della lingua italiana, la scheda di valutazione delle competenze matematiche deve poter essere utilizzata per qualsiasi allievo.

Premessa indispensabile per elaborare una scheda di valutazione delle competenze matematiche in ingresso, in itinere o finali è comunque l'enucleazione delle finalità e degli obiettivi che si vogliono raggiungere attraverso l'insegnamento della disciplina, il che passa ovviamente attraverso l'**analisi disciplinare**, con l'individuazione dei **nuclei fondanti**, delle **competenze disciplinari**, della valenza formativa della matematica e del suo contributo alla costruzione di **competenze trasversali**, nonché attraverso una attenta riflessione sugli strumenti, i metodi e le strategie da adottare per l'ottimizzazione dei risultati della relazione insegnamento-apprendimento. Nel caso di alunni di altra madre lingua la relazione insegnamento-apprendimento può risultare compromessa dal problema dell'integrazione, dell'inserimento in una cultura diversa, soprattutto della comunicazione: devono essere elaborate e messe in atto strategie didattiche che tengano conto non solo della storia scolastica dello studente e dei prerequisiti, ma anche del livello di conoscenza o "non conoscenza" della lingua italiana; tali strategie d'insegnamento devono prevedere approcci differenziati e individualizzati che offrano all'allievo un utile supporto visivo, grafico o simbolico alla comunicazione verbale.

“Quando i teoremi sono difficili bisognerebbe insegnarli inizialmente come esercizi di disegno geometrico finché la figura è diventata del tutto familiare; allora sarà un passo avanti piacevole apprendere i legami logici ... in geometria in luogo del noioso apparato di ingannevoli dimostrazioni all'allievo ... si dovrebbero insegnare le dimostrazioni di teoremi al tempo stesso sorprendenti e facilmente verificabili mediante semplici disegni ...”

B. Russell (Misticismo e logica, 1917)



LESSICO COMUNE

Parole chiave dell'analisi disciplinare sono (AIF 2000 – definizioni lessicali elaborate dal Forum delle associazioni disciplinari):

- **competenze:** ciò che in un contesto dato si sa fare sulla base di un sapere, per raggiungere l'obiettivo atteso e produrre conoscenza. (padroneggiare..); capacità di applicare in un dato contesto, le proprie conoscenze; integrazione di sapere (aspetto cognitivo) e di saper fare (aspetto operativo); **competenze disciplinari**, riferite alla singola disciplina - **competenze trasversali**, riferite a più discipline.
- **obiettivi:** le prestazioni che si richiedono agli allievi come indicatori (graduati) del possesso di competenze.
- **nuclei fondanti:** concetti fondamentali che ricorrono in vari punti di una disciplina ed hanno perciò valore strutturante e generativo di conoscenze

L'aggettivo fondante può essere inteso da diversi punti di vista (Robutti 2000):

1. • quello della disciplina: l'analisi epistemologica indica quali siano i nodi concettuali del sapere matematico;
 2. • quello della prassi didattica, che, insieme con la pedagogia, può permettere di individuare quale parte di questo sapere deve contribuire alla formazione dello studente
 3. • quello della ricerca in didattica della matematica, che fornisce le indicazioni su quali concetti costituiscono momenti di rottura nel processo cognitivo, quali ostacoli cognitivi ci possono essere nell'apprendimento di un determinato concetto, a quale età gli studenti possono padroneggiare il simbolismo algebrico, quali campi di esperienza possono favorire il passaggio dall'empirico al teorico, quali strumenti possono supportare gli studenti nella formulazione di congetture e dimostrazioni.
- **curricolo verticale:** progetti curriculari di matematica con caratteristica di continuità per tutta la formazione pre-universitaria. I contenuti e le competenze fondamentali afferenti ai vari nuclei vengono sviluppati in funzione delle capacità cognitive e di astrazione delle varie età degli studenti, ampliando gli obiettivi e riprendendo i nuclei in verticale dal primo anno di scuola primaria all'ultimo di scuola secondaria. Esempi significativi sono stati elaborati negli Stati Uniti (1989–1998–2000) dal National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), in Belgio (1993) dal Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, in Italia dai progetti di Prodi, Spotorno e Villani, Speranza, Castelnuovo, Lombardo Radice (anni 70), dal progetto Brocca e dal Piano Nazionale Informatica (anni 80), dai nuovi programmi di matematica (1990) e dall'UMI (1999-2001).



NUCLEI FONDANTI DELLA MATEMATICA

Nella costruzione del sapere matematico, le competenze che s'intendono necessariamente da raggiungere portano ad individuare i nuclei fondanti che completano la padronanza della disciplina. Il **numero** é un nucleo fondante in quanto è necessario conoscerlo e saperlo utilizzare per esprimere competenze quali "saper contare, saper fare calcoli, saper eseguire uno studio di funzioni, saper fare dimostrazioni..."; analogamente si possono trovare esempi per la **misura, le relazioni, le figure...**

I nuclei fondanti hanno caratteristica di **verticalità**, in quanto ricorrono nel saper matematico per l'intero arco di studi, di **trasversalità** in quanto si evidenziano collegamenti tra un nucleo e l'altro e con altre discipline, di **ampliabilità** in quanto per approfondimenti successivi si giunge alla teorizzazione ed alla definizione delle proprietà fondamentali

E' chiaro che non c'è una corrispondenza biunivoca tra nuclei e competenze, perché può succedere che più nuclei concorrano al raggiungimento di una competenza, così come un nucleo può concorrere al raggiungimento di più competenze.

I nuclei fondanti individuati nei nuovi curricula di matematica sono:

- A. Numeri: operazioni**
- B. Grandezze (matematiche e fisiche): misura**
- C. Figure: trasformazioni**
- D. Relazioni, funzioni: rappresentazioni**
- E. Dati: analisi e previsioni**
- F. Linguaggio scientifico: congetture e dimostrazioni.**

L'UMI (Unione Matematica Italiana) nel convegno del novembre 2001 (Materiali per un nuovo curriculum di matematica) ha preferito associare o disaggregare diversamente le competenze in nuclei:

- 1. il numero (A)**
- 2. lo spazio e le figure (B)**
- 3. le relazioni (C-D)**
- 4. i dati e le previsioni (E)**
- 5. argomentare e congetturare (F)**
- 6. misurare (B)**
- 7. risolvere e porsi problemi (A—F trasversale)**



COMPETENZE LOGICO - MATEMATICHE

Una volta definiti gli obiettivi dell'insegnamento della matematica ovvero quali competenze nei vari nuclei fondanti devono essere raggiunte dagli studenti all'interno del curricolo, gli insegnanti definiscono quale percorso seguire e quali contenuti utilizzare per raggiungere tali obiettivi, in funzione dell'età, dei prerequisiti, delle modalità cognitive degli allievi, allo scopo di ottimizzare la relazione insegnamento-apprendimento, con particolare riguardo al caso degli allievi di altra madre lingua.

Il consiglio di classe dovrebbe altresì elaborare un piano pluridisciplinare ed individuare le competenze trasversali e gli obiettivi comuni per il raggiungimento dei quali le varie discipline possono concorrere e al tempo stesso trovare supporto negli obiettivi della matematica.

Esemplifichiamo nella tabella (Robutti 2000)

competenze trasversali	competenze specifiche della disciplina
Saper leggere l'informazione	Avere il senso del numero e del simbolo Leggere e comprendere diverse forme di rappresentazione
Saper comunicare	Padroneggiare le diverse forme espressive della matematica (retorica, grafica, simbolica,...) Usare un linguaggio appropriato (definizioni, enunciati, ipotesi,..)
Saper rappresentare	Saper rappresentare dati, informazioni, funzioni utilizzando diversi linguaggi e strumenti della matematica e dell'informatica Costruire modelli interpretativi di situazioni reali
Saper ragionare <i>Formulare ipotesi e congetture</i>	Contare e avere la consapevolezza delle operazioni Risolvere problemi aperti o chiusi Produrre congetture, confutandole o dimostrandole.

Trasversalmente alle precedenti si collocano le competenze:

- Utilizzare le tecnologie consapevolmente.
- Collocare nel tempo e nello spazio
- Porre in relazione



CONCLUSIONE

Il gruppo di lavoro ha stabilito di partire dalla sotto indicata classificazione di NUCLEI FONDANTI della MATEMATICA per enucleare le competenze da testare nei vari livelli di scolarizzazione:

1. il numero
2. lo spazio e le figure
3. le relazioni
4. i dati e le previsioni
5. argomentare e congetturare
6. misurare
7. risolvere e porsi problemi

Si è tenuto conto del fatto che, trattandosi di giovani allievi di altra madre lingua, il livello di alfabetizzazione italiana non dovrà essere influente sulla misurazione delle competenze e sulla valutazione, ovvero occorrerà individuare strumenti di comunicazione adeguati (quali – in assenza di mediatore linguistico e a seconda dell'età e del livello di scolarizzazione - i grafici, i disegni, il linguaggio simbolico, le nuove tecnologie).

Nel Foglio Notizie le competenze - abilità di base - nell'area Logico-matematica vengono comunicate alle famiglie degli allievi di altra madre lingua attraverso una classificazione più comunemente nota ai non addetti ai lavori e più facilmente comprensibile, anche dal punto di vista lessicale, ai genitori: aritmetica – algebra – geometria – risoluzione dei problemi.

I docenti sapranno individuare le corrispondenze tra le competenze nei vari Nuclei Fondanti e le abilità di base negli ambiti indicati nel Foglio Notizie.



Nuclei fondanti della matematica e Competenze matematiche nei vari nuclei.

Il numero

In situazioni varie, significative e problematiche, relative alla vita di tutti i giorni, alla matematica e non:

- comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale
- comprendere il significato delle operazioni
- operare tra numeri in modo consapevole sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti
- usare il ragionamento aritmetico e la modellizzazione numerica per risolvere problemi tratti dal mondo reale o interni alla matematica

Lo spazio e le figure

In contesti diversi di indagine e di osservazione:

- esplorare, descrivere e rappresentare lo spazio
- riconoscere e descrivere le principali figure piane e solide
- utilizzare le trasformazioni geometriche per operare su figure
- determinare misure di grandezze geometriche
- usare la visualizzazione, il ragionamento spaziale e la modellizzazione geometrica per risolvere problemi del mondo reale o interni alla matematica

Le relazioni

In vari contesti matematici e sperimentali:

- individuare relazioni tra elementi e rappresentarle
- classificare e ordinare in base a determinate proprietà
- utilizzare lettere e formule per generalizzare o per astrarre
- riconoscere, utilizzare semplici funzioni e rappresentarle
- utilizzare variabili, funzioni, equazioni per risolvere problemi

I dati e le previsioni

In situazioni varie, relative alla vita di tutti i giorni e agli altri ambiti disciplinari:

- organizzare una ricerca
- interpretare dati usando i metodi statistici
- effettuare valutazioni di probabilità di eventi
- risolvere semplici situazioni problematiche che riguardano eventi
- sviluppare e valutare inferenze, previsioni ed argomentazioni basate su dati

Argomentare e congetturare

In contesti diversi, sperimentali, linguistici e matematici:

- osservare, individuare e descrivere regolarità
- produrre congetture, testarle, validare le congetture prodotte
- riconoscere proprietà che caratterizzano oggetti matematici e le definizioni che le descrivono
- giustificare affermazioni con semplici concatenazioni di proposizioni

Misurare

In contesti interni ed esterni alla matematica, con particolare riferimento alle scienze sperimentali:

- misurare grandezze e rappresentare le loro misure
- stimare misure
- risolvere problemi e modellizzare fatti e fenomeni partendo da dati di misura



Risolvere e porsi problemi

In diversi contesti sperimentali, linguistici e matematici, in situazioni varie, in esperienza scolastici e non:

- riconoscere e rappresentare situazioni problematiche
- impostare, discutere e comunicare strategie di risoluzione
- risolvere problemi posti da altri
- porsi e risolvere problemi

Di seguito – come detto in **premessa - indichiamo, per i singoli nuclei fondanti, i contenuti relativi alle competenze matematiche misurabili in allievi di altra madre lingua, con opportuni strumenti e test, senza che la mancata o scarsa conoscenza della lingua italiana possa inficiarne la valutazione. Prerequisito essenziale deve essere la conoscenza e padronanza della scrittura simbolica dei numeri.**



PRIMO CICLO SCUOLA PRIMARIA – SCUOLA ELEMENTARE

A.

B. Il numero

1° - 2° anno

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Contare sia in senso progressivo che regressivo • Contare oggetti e confrontare raggruppamenti di oggetti • Confrontare e ordinare numeri, sviluppando il senso della loro grandezza relativa; collocare numeri sulla retta • Leggere e scrivere numeri in base dieci • Comprendere e usare consapevolmente i numeri nelle situazioni quotidiane in cui sono coinvolte grandezze e misure (lunghezze, pesi, costi, ecc.) • Esplorare e risolvere situazioni problematiche che richiedono addizioni e sottrazioni, individuando le operazioni adatte a risolvere il problema; comprendere il significato delle operazioni • (Verbalizzare) individuare le strategie risolutive e usare i simboli dell'aritmetica per rappresentarle • Calcolare il risultato di semplici addizioni e sottrazioni, usando metodi e strumenti diversi in situazioni concrete • Eseguire semplici calcoli mentali con addizioni e sottrazioni • Eseguire semplici operazioni del tipo: doppio/metà, triplo/un terzo 	<ul style="list-style-type: none"> • Numeri naturali • Rappresentazione dei numeri naturali in base dieci • Addizione, sottrazione tra numeri naturali

Nota: meglio non introdurre i numeri e le operazioni ricorrendo alla teoria degli insiemi, ma partendo dalla realtà.

3° - 4° - 5° anno

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Esplorare situazioni problematiche che richiedono moltiplicazioni e divisioni tra numeri naturali (utilizzare disegni) • (Verbalizzare) individuare le strategie risolutive e usare i simboli dell'aritmetica per rappresentarle • Calcolare il risultato di semplici moltiplicazioni e divisioni • Eseguire semplici calcoli mentali con moltiplicazioni e divisioni, utilizzando le tabelline • Riconoscere e costruire relazioni tra numeri naturali (multipli, divisori) (test con puntini da completare) • Comprendere i significati delle frazioni (parti di un tutto unità, di una collezione, operatori tra grandezze) • Riconoscere scritture diverse (frazione decimale, numero decimale) dello stesso numero, dando particolare rilievo alla notazione con la virgola • Comprendere il significato e l'uso dello zero e della virgola • Confrontare e ordinare numeri decimali e operare con essi • Rappresentare i numeri naturali, i decimali e gli interi sulla retta • Eseguire addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni, usando metodi e strumenti diversi (calcolo mentale, carta e matita, abaco, calcolatrici...) • Costruire e rappresentare semplici sequenze di operazioni note tra i naturali 	<ul style="list-style-type: none"> • Moltiplicazione e divisione tra numeri naturali • Proprietà dei numeri. Il numero zero e il numero uno • Numeri decimali e frazioni • Scrittura posizionale dei numeri naturali e decimali (simboli) • Operazioni tra numeri decimali • Numeri interi • Composizione di operazioni e significato delle parentesi

Aspetti storici connessi: la scrittura dei numeri nel passato: origine e diffusione dei numeri indo-arabi; evoluzione della forma delle cifre, dalle cifre arabe a quelle attuali; sistemi di scrittura non posizionali: le notazioni egizie e i numeri romani



C. Lo spazio e le figure

1° - 2° anno

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Riconoscere e descrivere alcune delle principali relazioni spaziali (sopra/sotto, davanti/dietro, dentro/fuori, ...) • Eseguire un semplice percorso partendo dalla descrizione verbale (mediatore) o dal disegno e viceversa • Riconoscere, nel mondo circostante e nel disegno, alcune delle principali forme geometriche del piano e dello spazio, riflettendo sulle relazioni tra forma e uso • Progettare e costruire oggetti con forme semplici 	<ul style="list-style-type: none"> • Collocazione di oggetti in un ambiente • Mappe, piantine e orientamento • Le prime figure del piano e dello spazio (triangolo, quadrato, cubo...)

Nota: Si consiglia di evitare le definizioni a priori delle figure geometriche

3° - 4° - 5° anno

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Costruire e disegnare con strumenti vari le principali figure geometriche • Individuare gli elementi significativi di una figura (lato, angolo, altezza...) (mediatore) • Individuare simmetrie in oggetti e figure date; realizzarle e rappresentarle col disegno • Conoscere le principali proprietà delle figure geometriche (mediatore) • Riconoscere figure equiscomponibili e usare il concetto di equiscomponibilità per la determinazione di aree e di volumi in casi semplici, senza utilizzare troppe formule • Calcolare perimetri, aree e volumi delle più semplici figure geometriche (mediatore) 	<ul style="list-style-type: none"> • Principali figure del piano e dello spazio • Principali enti geometrici • Angoli e ampiezza • Rette incidenti, parallele, perpendicolari (mediatore) • Uguaglianza tra figure • Scomposizione e ricomposizione di poligoni • Equivalenza di figure • Unità di misura di lunghezze, aree e volumi • Perimetro di poligoni • Area di semplici poligoni • Volume di semplici solidi

Nota.: Accanto a strumenti usati tradizionalmente (riga, squadra, compasso, ...), si consiglia di utilizzare anche software di geometria dinamica.

Nota Mediatore: Poiché misurare questa competenza richiede verbalizzazione e padronanza del linguaggio, non si ritiene come prerequisito in ingresso: si valuterà in itinere solo in presenza di un mediatore o dopo adeguato apprendimento della lingua italiana L2

Le relazioni

1° - 2° anno

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • In situazioni concrete, classificare oggetti, figure, numeri in base a una data proprietà e, viceversa; (mediatore) • In situazioni concrete, ordinare elementi in base ad un criterio dato • Scoprire semplici relazioni tra numeri, a partire da esperienze concrete • Utilizzare semplici rappresentazioni per esprimere relazioni 	<ul style="list-style-type: none"> • Relazioni (equivalenze, ordinamenti) e prime loro rappresentazioni • Semplici relazioni tra numeri naturali

Nota: per facilitare lo svolgimento della prova stabilita è auspicabile l'intervento di un Mediatore

3° - 4° - 5° anno

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Individuare, descrivere e costruire, in contesti vari, relazioni significative • Rappresentare relazioni tra oggetti, figure, dati numerici • Classificare oggetti, figure, numeri in base a due o più proprietà e realizzare adeguate rappresentazioni delle stesse classificazioni 	<ul style="list-style-type: none"> • Relazioni e rappresentazioni (tabelle, frecce, piano cartes.) • Rappresentazioni di insiemi e relazioni con diagrammi di



<ul style="list-style-type: none"> • Sapere passare da una rappresentazione all'altra • Ordinare elementi di un insieme numerico in base ad un criterio 	vario tipo <ul style="list-style-type: none"> • Equivalenza, ordinamenti
---	--

I dati e le previsioni

1° - 2° anno

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Raccogliere dati su se stessi e sul mondo circostante e organizzarli in base alle loro caratteristiche (*) • Classificare dati e oggetti • Rappresentare i dati raccolti • Fare osservazioni su un insieme di dati • Identificare la modalità più frequente 	<ul style="list-style-type: none"> • Il collettivo statistico e suoi elementi • Semplici tabelle di frequenze • Semplici rappresentazioni grafiche

(*) **NOTA: il lavoro di raccolta dati e di costruzione di tabelle viene fatto in classe e non si ritiene come prerequisito in ingresso: si valuterà l'apprendimento in itinere**

3° - 4° - 5° anno

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Raccogliere dati mediante osservazioni e questionari (*) • Classificare i dati • Rappresentare i dati con tabelle e grafici • Osservare e descrivere un grafico • Confrontare fra loro modi diversi di rappresentare gli stessi dati • In situazioni concrete, riconoscere eventi certi, possibili, impossibili 	<ul style="list-style-type: none"> • Caratteri qualitativi e caratteri quantitativi • Diagrammi di vario tipo • Evento certo, possibile, impossibile

Argomentare e congetturare

1° - 2° anno

Competenze specifiche
<ul style="list-style-type: none"> • Produrre semplici congetture • Verificare le congetture prodotte testandole su casi particolari

3° - 4° - 5° anno

Competenze specifiche
<ul style="list-style-type: none"> • Individuare e descrivere regolarità in contesti matematici e non, tratti dalla propria esperienza o proposti per l'osservazione • Produrre semplici congetture • Verificare le congetture prodotte testandole su casi particolari • Validare le congetture prodotte, sia empiricamente, sia mediante argomentazioni • Giustificare le proprie idee con semplici argomentazioni

(*) **NOTA: poiché misurare questa competenza richiede verbalizzazione e padronanza del linguaggio, non si ritiene come prerequisito in ingresso: si valuterà in itinere solo in presenza di un mediatore o dopo adeguato apprendimento della lingua italiana L2**

Misurare

1° - 2° anno

Competenze specifiche
<ul style="list-style-type: none"> • Osservare oggetti e fenomeni individuando in essi alcune grandezze misurabili; compiere confronti diretti e indiretti in relazione alle grandezze individuate; ordinare grandezze (*) • Effettuare misure per conteggio di grandezze discrete



- Effettuare misure di grandezze continue con oggetti e strumenti (ad es: una tazza, un bastoncino, il metro, la bilancia, l'orologio, ...)
- Esprimere le misure effettuate utilizzando le unità di misura scelte e rappresentarle adeguatamente

(*) NOTA: poiché misurare questa competenza richiede verbalizzazione e padronanza del linguaggio, non si ritiene come prerequisito in ingresso: si valuterà in itinere solo in presenza di un mediatore o dopo adeguato apprendimento della lingua italiana L2

3° - 4° - 5° anno

Competenze specifiche

- Analizzare oggetti e fenomeni individuando in essi grandezze misurabili
- Effettuare misure dirette e indirette di grandezze ed esprimerle secondo unità di misura convenzionali
- Passare da una misura espressa in una data unità ad un'altra espressa in un suo multiplo o sottomultiplo; riconoscere e usare espressioni equivalenti delle misure di una stessa grandezza (ad es, 250 g = ___ kg)
- Risolvere problemi di calcolo con le misure (scelta delle grandezze da misurare, unità di misura, strategie operative)
- Mettere in relazione misure di due grandezze

D. Risolvere e porsi problemi

1° - 2° anno

Competenze specifiche

- **Individuare l'obiettivo** da raggiungere sia nel caso di problemi proposti dall'insegnante, sia nel vivo di una situazione problematica in cui occorre porsi con chiarezza il problema da risolvere
- **Rappresentare in modi diversi (verbali, iconici, simbolici)** la situazione problematica
- Individuare e **collegare le informazioni utili alla soluzione, ricavandole dal testo** o dal contesto della situazione problematica
- **Concatenare le azioni necessarie alla soluzione** (azioni concrete, disegni, calcoli)
- **Esporre in modo chiaro con parole, disegni, schemi, grafici, ecc.** il procedimento risolutivo

(*) NOTA: poiché misurare questa competenza richiede verbalizzazione e padronanza del linguaggio, non si ritiene come prerequisito in ingresso: si valuterà in itinere solo in presenza di un mediatore o dopo adeguato apprendimento della lingua italiana L2

3° - 4° - 5° anno

Competenze specifiche

- Riconoscere il carattere problematico di un lavoro assegnato, individuando l'obiettivo da raggiungere,
- **Rappresentare in modi diversi (verbali, iconici, simbolici)** la situazione problematica, al fine di creare un ambiente di lavoro favorevole per la risoluzione del problema
- Individuare le risorse necessarie per raggiungere l'obiettivo, con l'aiuto dell'insegnante
- Individuare in un problema eventuali dati mancanti, sovrabbondanti o contraddittori
- Prestare attenzione al processo risolutivo, alla compatibilità delle soluzioni trovate
- **Esporre con chiarezza il procedimento risolutivo seguito**

(*) NOTA: poiché misurare questa competenza richiede verbalizzazione e padronanza del linguaggio, non si ritiene come prerequisito in ingresso: si valuterà in itinere solo in presenza di un mediatore o dopo adeguato apprendimento della lingua italiana L2

Nota A ogni livello scolastico il risolvere problemi offre occasioni importanti agli allievi per costruire nuovi concetti e abilità, per arricchire di significati concetti già appresi e per verificare l'operatività degli apprendimenti realizzati in precedenza. Affinché il porre e risolvere problemi sia effettivamente utile a mobilitare risorse intellettuali anche al di fuori delle competenze strettamente matematiche, contribuendo in tal modo alla formazione generale degli allievi, è necessario che quelli proposti siano autentici problemi per gli allievi e non semplici esercizi a carattere ripetitivo.



Progetto: "Tutti uguali, tutti diversi: pari opportunità di informazione"



Regione Lombardia
Famiglia e solidarietà sociale

Progetto pilota sperimentale finanziato dalla Regione Lombardia, nell'ambito dell'accordo di programma con il Ministero del Lavoro e delle Politiche Sociali, realizzato dall'Ufficio Scolastico per la Lombardia in collaborazione con Scuole, Università e Associazioni



Le competenze degli alunni, soprattutto per quanto riguarda i problemi, difficilmente possono essere conseguite in tempi medio-brevi. Per tale motivo, tutti gli obiettivi elencati per la prima e la seconda classe devono essere considerati caratterizzanti anche per il ciclo successivo.



E. PRIMO CICLO SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO – SCUOLA MEDIA

1° - 2° - 3° anno

Le competenze individuate nei diversi nuclei tematici e di processo, spesso sono competenze che si possono ripetere, pur indicando nelle diverse fasce di età, diversi livelli di operatività. D'altro lato, alcune competenze acquisite nella scuola primaria (elementare) sono da considerarsi punto di partenza per acquisizioni successive. Come detto nella premessa, il curriculum di matematica è da intendersi, in un'ottica di verticalità, come un percorso continuo e progressivo. Pertanto sarà cura dell'insegnante della scuola secondaria di primo grado (scuola media) accertare l'acquisizione delle competenze elencate per gli anni della scuola primaria - elementare e continuare a lavorare per il loro consolidamento.

F.

G. Il numero

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Eseguire le quattro operazioni con i numeri interi • Elevare a potenza numeri naturali e interi; Comprendere il significato di elevamento a potenza e le proprietà di tale operazione • Scomporre in fattori primi un numero intero, anche con l'ausilio della calcolatrice • Determinare multipli e divisori di un numero intero e multipli e divisori comuni a più numeri • Leggere e scrivere numeri naturali e decimali finiti in base dieci usando la notazione polinomiale e quella scientifica • Comprendere i significati delle frazioni come rapporto e come quoziente di numeri interi • Riconoscere frazioni equivalenti; comprendere il significato dei numeri razionali • Riconoscere e usare scritte diverse per lo stesso numero razionale (decimale, frazionaria, percentuale ove possibile) • Confrontare numeri razionali rappresentandoli sulla retta • Eseguire semplici calcoli con numeri razionali usando metodi e strumenti diversi (calcolo mentale, carta e matita, calcolatrici) • Effettuare semplici sequenze di calcoli approssimati • Comprendere il significato di radice quadrata, come operazione inversa dell'elevamento al quadrato • Risolvere problemi e modellizzare situazioni in campi di esperienza diversi 	<ul style="list-style-type: none"> • Operazioni con i numeri interi • Potenze di numeri naturali e interi • Numeri primi • Massimo comune divisore e minimo comune multiplo • Rapporti, percentuali e proporzioni • Numeri razionali • Operazioni tra numeri razionali • Calcolo approssimato ed errore

Aspetti storici connessi: Un sistema di scrittura semiposizionale: la notazione sessagesimale babilonese

Nota Nel corso dei tre anni, gli insegnanti decideranno il momento più opportuno per introdurre le varie operazioni fra numeri interi e quelle fra numeri razionali. Si consiglia inoltre di evitare il calcolo di lunghe e complesse espressioni numeriche, facendo presente in ogni caso che non è previsto il calcolo con lettere.

Lo spazio e le figure

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Conoscere le proprietà delle figure piane e solide • Usare il metodo delle coordinate in situazioni problematiche concrete • Visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare su un piano una figura solida • Risolvere problemi usando proprietà geometriche delle figure anche ricorrendo a modelli materiali e a opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, software di geometria dinamica, ...) • Riconoscere figure uguali e descrivere le isometrie necessarie per portarle a coincidere • Riconoscere grandezze proporzionali e figure simili in vari contesti 	<ul style="list-style-type: none"> • Figure piane e solide • Rappresentazione piana di figure solide • Rapporto tra grandezze • Somma degli angoli di un triangolo e di un poligono • Teorema di Pitagora • Traslazioni, rotazioni, simmetrie • Omotetie, similitudini



<ul style="list-style-type: none"> • Riprodurre in scala • Calcolare perimetri, aree e volumi delle principali figure • Calcolare lunghezze di circonferenze e aree di cerchi 	<ul style="list-style-type: none"> • Lunghezza circonferenza e area del cerchio • Descrizione di alcuni numeri irrazionali
--	--

H. Le relazioni

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • In contesti vari, individuare, descrivere e costruire relazioni significative: riconoscere analogie e differenze • Alcune relazioni significative (essere uguale a, essere diverso...) • Eseguire combinazioni diverse tra gli elementi di un insieme • Utilizzare le lettere per esprimere in forma generale semplici proprietà e regolarità (numeriche, geometriche, fisiche, ...) • Costruire, leggere, interpretare e trasformare formule • Riconoscere in fatti e fenomeni relazioni tra grandezze • Usare coordinate cartesiane, diagrammi, tabelle per rappresentare relazioni e funzioni • Risolvere problemi utilizzando equazioni e disequazioni numeriche di primo grado • Usare modelli dati o costruire semplici modelli per descrivere fenomeni ed effettuare previsioni multiplo di, essere maggiore di, essere parallelo o perpendicolare a, ...) 	<ul style="list-style-type: none"> • Semplici questioni di tipo combinatorio • Grandezze direttamente e inversamente proporzionali • Funzioni: tabulazioni e grafici • Funzioni del tipo $y=ax$, $y=a/x$, $y=ax$ e loro rappresentazione grafica • Equazioni e disequazioni numeriche di primo grado • Semplici modelli di fatti sperimentali e di leggi matematiche.

I. I dati e le previsioni

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Classificare dati ottenuti da misurazioni • Rappresentare e interpretare dati, anche utilizzando un foglio elettronico • Usare ed interpretare misure di centralità e dispersione • Confrontare due distribuzioni rispetto allo stesso carattere • Scegliere, in modo casuale, un elemento da un collettivo • Interpretare in termini probabilistici i risultati relativi a prove multiple di eventi in contesti reali e virtuali (giochi, software, ...) • Riconoscere eventi complementari, eventi incompatibili, eventi indipendenti • Prevedere, in semplici contesti, i possibili risultati di un esperimento e le loro probabilità 	<ul style="list-style-type: none"> • Caratteri derivanti da misurazioni • Classificazione di dati con intervalli di ampiezza uguale o diversa • Istogramma di frequenze • Calcolo frequenze relative e percentuali: loro confronti • Campione estratto da una popolazione: esempi di campioni rappresentativi e non rappresentativi • Probabilità di un evento; valutazione probabilità di semplici eventi • Media aritmetica e valore atteso

J. Argomentare e congetturare

Competenze specifiche
<ul style="list-style-type: none"> • Descrivere proprietà di figure con termini appropriati • Individuare regolarità in fenomeni osservati • Produrre congetture • Verificare le congetture prodotte testandole su casi particolari • Validare le congetture prodotte, sia empiricamente, sia mediante argomentazioni, sia ricorrendo a eventuali controesempi • Comprendere il ruolo della definizione in matematica • Dare definizioni di semplici oggetti matematici (esempio rettangolo, numero pari, ...) • Giustificare affermazioni durante una discussione matematica anche con semplici ragionamenti concatenati



K. Misurare

<p>Competenze specifiche</p> <ul style="list-style-type: none"> • Analizzare oggetti e fenomeni, scegliendo le grandezze da misurare e gli strumenti di misura, anche tecnologici • Esprimere le misure in unità di misura del Sistema Internazionale, utilizzando anche le potenze del 10 e le cifre significative • Effettuare e stimare misure in modo diretto e indiretto • Esprimere e interpretare i risultati di misure, con particolare riferimento agli ordini di grandezza, alla significatività delle cifre, agli errori • Rappresentare graficamente misure di grandezze per individuare regolarità, andamenti, relazioni • Risolvere situazioni problematiche a partire da dati di misure con la costruzione di semplici modelli
--

Risolvere e porsi problemi

<p>Competenze specifiche</p> <ul style="list-style-type: none"> • Riconoscere il carattere problematico di un lavoro assegnato, individuando l'obiettivo da raggiungere, sia nel caso di problemi proposti dall'insegnante attraverso un testo, sia nel vivo di una situazione problematica in cui occorre porsi con chiarezza il problema da risolvere • Rappresentare in modi diversi (verbali, iconici, simbolici) la situazione problematica, al fine di creare un ambiente di lavoro favorevole per la risoluzione del problema • Individuare le risorse necessarie per raggiungere l'obiettivo, selezionando i dati forniti dal testo, le informazioni ricavabili dal contesto e gli strumenti che possono risultare utili alla risoluzione del problema • Individuare in un problema eventuali dati mancanti, sovrabbondanti o contraddittori; • Collegare le risorse all'obiettivo da raggiungere, scegliendo opportunamente le azioni da compiere (operazioni aritmetiche, costruzioni geometriche, grafici, opportune formalizzazioni, equazioni,...), concatenandole in modo efficace al fine di produrre una risoluzione del problema • Prestare attenzione al processo risolutivo, con riferimento alla situazione problematica, all'obiettivo da raggiungere, alla compatibilità delle soluzioni trovate • Esporre con chiarezza il procedimento risolutivo seguito e confrontarlo con altri eventuali procedimenti • Valutare i procedimenti esaminati con riferimento alla economia di pensiero, alla semplicità di calcolo, e alla possibilità di applicarli in altre situazioni • Realizzare formalizzazioni e possibili generalizzazioni di un procedimento risolutivo seguito, ad es. passando dal problema considerato ad una classe di problemi

A ogni livello scolastico il risolvere problemi offre occasioni importanti agli allievi per costruire nuovi concetti e abilità, per arricchire di significati concetti già appresi e per verificare l'operatività degli apprendimenti realizzati in precedenza. Affinché il porre e risolvere problemi sia effettivamente utile a mobilitare risorse intellettuali anche al di fuori delle competenze strettamente matematiche, contribuendo in tal modo alla formazione generale degli allievi, è necessario che quelli proposti siano autentici problemi per gli allievi e non semplici esercizi a carattere ripetitivo.

Le competenze degli allievi, soprattutto per quanto riguarda i problemi, difficilmente possono essere conseguiti in tempi medio-brevi. Per tale motivo, tutti gli obiettivi elencati per la scuola elementare sono presenti anche nella scuola media. Ovviamente, cambiano la natura e la complessità dei problemi.



Nuclei fondanti della matematica e Competenze matematiche nei vari nuclei

SECONDO CICLO SISTEMA DEI LICEI – SISTEMA DELLA FORMAZIONE PROFESSIONALE (SCUOLE SUPERIORI)

Il numero

In situazioni varie, significative e problematiche, relative alla vita di tutti i giorni, alla matematica e non:

- comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale
- comprendere il significato delle operazioni
- operare tra numeri in modo consapevole sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti
- usare il ragionamento aritmetico e la modellizzazione numerica per risolvere problemi tratti dal mondo reale o interni alla matematica

Lo spazio e le figure

In contesti diversi di indagine e di osservazione:

- esplorare, descrivere e rappresentare lo spazio
- riconoscere e descrivere le principali figure piane e solide
- utilizzare le trasformazioni geometriche per operare su figure
- determinare misure di grandezze geometriche
- usare la visualizzazione, il ragionamento spaziale e la modellizzazione geometrica per risolvere problemi del mondo reale o interni alla matematica

Le relazioni

In vari contesti matematici e sperimentali:

- individuare relazioni tra elementi e rappresentarle
- classificare e ordinare in base a determinate proprietà
- utilizzare lettere e formule per generalizzare o per astrarre
- riconoscere, utilizzare semplici funzioni e rappresentarle
- utilizzare variabili, funzioni, equazioni per risolvere problemi

I dati e le previsioni

In situazioni varie, relative alla vita di tutti i giorni e agli altri ambiti disciplinari:

- organizzare una ricerca
- interpretare dati usando i metodi statistici
- effettuare valutazioni di probabilità di eventi
- risolvere semplici situazioni problematiche che riguardano eventi
- sviluppare e valutare inferenze, previsioni ed argomentazioni basate su dati

Argomentare e congetturare

In contesti diversi, sperimentali, linguistici e matematici:

- osservare, individuare e descrivere regolarità
- produrre congetture, testarle, validare le congetture prodotte
- riconoscere proprietà che caratterizzano oggetti matematici e le definizioni che le descrivono
- giustificare affermazioni con semplici concatenazioni di proposizioni

Misurare

In contesti interni ed esterni alla matematica, con particolare riferimento alle scienze sperimentali:

- misurare grandezze e rappresentare le loro misure
- stimare misure



Progetto: "Tutti uguali, tutti diversi: pari opportunità di informazione"

 **Regione Lombardia**
Famiglia e solidarietà sociale

Progetto pilota sperimentale finanziato dalla Regione Lombardia, nell'ambito dell'accordo di programma con il Ministero del Lavoro e delle Politiche Sociali, realizzato dall'Ufficio Scolastico per la Lombardia in collaborazione con Scuole, Università e Associazioni



- risolvere problemi e modellizzare fatti e fenomeni partendo da dati di misura

Risolvere e porsi problemi

In diversi contesti sperimentali, linguistici e matematici, in situazioni varie, in esperienza scolastici e non:

- riconoscere e rappresentare situazioni problematiche
- impostare, discutere e comunicare strategie di risoluzione
- risolvere problemi posti da altri
- porsi e risolvere problemi



Di seguito indichiamo, per i singoli nuclei fondanti, i contenuti relativi alle competenze matematiche misurabili in allievi di altra madre lingua, con opportuni strumenti e test, senza che la mancata o scarsa conoscenza della lingua italiana possa inficiarne la valutazione. Prerequisito essenziale deve essere la conoscenza e padronanza della scrittura simbolica dei numeri.

SECONDO CICLO SISTEMA DEI LICEI – SISTEMA DELLA FORMAZIONE PROFESSIONALE (SCUOLE SUPERIORI)

Le competenze individuate nei diversi nuclei tematici e di processo, spesso sono competenze che si possono ripetere, pur indicando nelle diverse fasce di età diversi livelli di operatività. D'altro lato, alcune competenze acquisite nella scuola di base - elementare e media - sono da considerarsi punto di partenza per acquisizioni successive. Come detto nella **premessa**, il curriculum di matematica è da intendersi, in un'ottica di verticalità, come un percorso continuo e progressivo. Pertanto sarà cura dell'insegnante del secondo ciclo (scuola superiore) accertare l'acquisizione delle competenze elencate per gli anni della scuola del primo ciclo e continuare a lavorare per il loro consolidamento.

Per il biennio possiamo considerare sostanzialmente confrontabili i programmi di matematica svolti nei vari corsi di studio. Occorrerebbe una diversa considerazione per il triennio, in quanto i programmi svolti si differenziano notevolmente. Indichiamo di seguito quelle competenze che riteniamo comuni a tutti gli indirizzi, concorrendo al raggiungimento delle stesse contenuti anche diversi.

L. Il numero

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Utilizzare consapevolmente tecniche e procedure di calcolo • Determinare anche con l'uso di supporto tecnologico se un numero è primo o composto • Produrre sequenze di numeri • Utilizzare consapevolmente MCD e mcm • Eseguire calcoli con potenze e radici utilizzando le proprietà • Eseguire calcoli con logaritmi utilizzando le proprietà • Riconoscere particolari successioni e descriverle formalmente • Eseguire calcoli approssimati, determinare ordini di grandezza • Conoscere gli insiemi numerici come successivi ampliamenti dei numeri naturali • Comprendere e applicare le proprietà delle operazioni all'interno degli insiemi numerici • Confrontare gli insiemi numerici in matematica, in informatica, nelle scienze sperimentali 	<p>Le quattro operazioni</p> <p>Teorema fondamentale dell'aritmetica Congruenze e classi di resti MCD e mcm Le potenze Numeri in basi diverse Le radici I logaritmi e il numero e Ordini di grandezza, stime, calcolo approssimato Successioni e progressioni Segnali analogici e digitali: la trasmissione d'informazioni Insiemi: Naturali, Razionali, Reali Il numero π I numeri Complessi</p>

M. Lo spazio e le figure

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Definire figure e loro relazioni • costruire figure piane e solide con riga e compasso e con software con giustificazione della costruzione • Visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare su un piano una figura solida • Visualizzare sezioni piane di figure solide • Risolvere problemi usando proprietà geometriche delle figure anche ricorrendo a modelli materiali e a opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, software di geometria dinamica, ...) • Riconoscere figure uguali e descrivere isometrie 	<ul style="list-style-type: none"> • Figure uni-bi-tri-dimensionali • Costruzioni con riga e compasso o con software • Calcolo di lunghezze, aree, volumi • Rappresentazione cartesiana, rette, coniche • Angoli, lati, spigoli, facce • Seno, coseno e tangente • Alcune Isometrie: Traslazioni, rotazioni, simmetrie



<ul style="list-style-type: none"> • Riconoscere grandezze proporzionali e figure simili • Risolvere situazioni problematiche • Dimostrare o confutare proprietà • Riconoscere ipotesi e tesi • Calcolare perimetri, aree, volumi. 	<ul style="list-style-type: none"> • Omotetie, similitudini, affinità • Lunghezza circonferenza e area del cerchio • Descrizione di alcuni numeri irrazionali • Risoluzione dei triangoli con i teoremi dei seni e di Carnot
---	--

Le relazioni

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • In contesti vari, trovare regolarità, e descriverle con linguaggio naturale o grafico • Costruire relazioni significative: riconoscere analogie e differenze • Eseguire combinazioni diverse tra gli elementi di un insieme • Utilizzare simboli per esprimere e regolarità (numeriche, geometriche, fisiche, ...) • Costruire, leggere, interpretare e trasformare formule • Riconoscere in fatti e fenomeni relazioni tra grandezze • Usare coordinate cartesiane, diagrammi, tabelle per rappresentare relazioni e funzioni • Risolvere problemi utilizzando equazioni e disequazioni • Operare su funzioni e rappresentarle graficamente • Operare su classi di funzioni. Lineari, quadratiche, potenze, polinomiali, razionali, irrazionali, logaritmiche, esponenziali, trigonometriche • Costruire modelli • Risolvere problemi con relazioni, formule, funzioni • Calcolo di aree e volumi 	<ul style="list-style-type: none"> • Relazioni d'ordine e di equivalenza • Progressioni aritmetiche e geometriche; successioni, serie • Grandezze direttamente e inversamente proporzionali • Funzioni: tabulazioni e grafici; dal particolare al generale e viceversa • Funzioni algebriche e trascendenti e loro rappresentazione grafica • Equazioni e disequazioni algebriche e trascendenti: razionali, irrazionali, esponenziali, logaritmiche, trigonometriche • Funzioni: utilizzo di limiti e derivate per determinare asintoti, monotonia, massimi e minimi, flessi; di integrali per il calcolo d'aree e volumi • Modelli matematici per risolvere problemi • Strutture particolari: gruppi, campi, spazi vettoriali, gruppi finiti

N. I dati e le previsioni

Competenze specifiche	Contenuti
<ul style="list-style-type: none"> • Classificare dati ottenuti da misurazioni • Rappresentare e interpretare dati, anche utilizzando un foglio elettronico • Usare ed interpretare misure di centralità e dispersione • Confrontare due distribuzioni rispetto allo stesso carattere • Scegliere quale media è opportuna per descrivere una collezione di dati • Scegliere quale diagramma descrive meglio una collezione di dati • Scegliere e costruire modelli per descrivere un insieme di dati • Interpretare in termini probabilistici i risultati relativi a prove multiple di eventi in contesti reali e virtuali (giochi, software, ...) • Riconoscere eventi complementari, eventi incompatibili, eventi indipendenti • Prevedere, in semplici contesti, i possibili risultati di un esperimento e le loro probabilità 	<ul style="list-style-type: none"> • Distribuzione dei dati • Classificazione di dati e loro rappresentazione: grafici, istogrammi, aerogrammi, tabelle... • Istogramma di frequenze; • Calcolo di frequenze relative e percentuali: loro confronti • Campione estratto da una popolazione: esempi di campioni rappresentativi e non rappresentativi • Probabilità semplice e composta; eventi dipendenti e indipendenti, compatibili e non compatibili • Media aritmetica e valore atteso; medie di tipo diverso • Incertezze assolute e relative



Argomentare e congetturare

Competenze specifiche

- Descrivere proprietà di figure con termini appropriati
- Individuare regolarità in fenomeni osservati
- Produrre congetture
- Verificare le congetture prodotte testandole su casi particolari
- Validare le congetture prodotte, sia empiricamente, sia mediante argomentazioni, sia ricorrendo a eventuali controesempi
- Comprendere il ruolo della definizione in matematica
- Dare definizioni di oggetti matematici
- Comprendere il ruolo della dimostrazione in matematica
- Saper fare dimostrazioni
- Giustificare affermazioni durante una discussione matematica con ragionamenti concatenati
- Affrontare situazioni problematiche di tipo aperto
- Saper formulare e testare congetture
- Saper costruire definizioni
- Saper costruire dimostrazioni in vari ambiti
- Saper comunicare dimostrazioni in vari ambiti

Misurare

Competenze specifiche

- Definire grandezze misurabili, misura, unità di misura, strumento di misura
- Distinguere tra misure di grandezze geometriche e fisiche
- Analizzare oggetti e fenomeni, scegliendo le grandezze da misurare e gli strumenti di misura, anche tecnologici
- Esprimere le misure in unità di misura del Sistema Internazionale, utilizzando anche le potenze del 10 e le cifre significative
- Effettuare e stimare misure in modo diretto e indiretto
- Esprimere e interpretare i risultati di misure, con particolare riferimento agli ordini di grandezza, alla significatività delle cifre, agli errori
- Rappresentare graficamente, con tipi diversi di grafici, dati e misure di grandezze; individuare regolarità, andamenti, relazioni
- Risolvere situazioni problematiche a partire da dati di misure con la costruzione di semplici modelli
- Progettare esperimenti di misura
- Progettare e utilizzare metodi approssimati per il calcolo di misure in geometria
- Utilizzare l'analisi dimensionale



O. Risolvere e porsi problemi

Competenze specifiche

- Riconoscere il carattere problematico di un lavoro assegnato, individuando l'obiettivo da raggiungere, sia nel caso di problemi proposti dall'insegnante attraverso un testo, sia nel vivo di una situazione problematica in cui occorre porsi con chiarezza il problema da risolvere
- Rappresentare in modi diversi (verbali, iconici, simbolici) la situazione problematica, al fine di creare un ambiente di lavoro favorevole per la risoluzione del problema
- Individuare le risorse necessarie per raggiungere l'obiettivo, selezionando i dati forniti dal testo, le informazioni ricavabili dal contesto e gli strumenti che possono risultare utili alla risoluzione del problema
- Individuare in un problema eventuali dati mancanti, sovrabbondanti o contraddittori;
- Collegare le risorse all'obiettivo da raggiungere, scegliendo opportunamente le azioni da compiere (operazioni aritmetiche, costruzioni geometriche, grafici, opportune formalizzazioni, equazioni,...), concatenandole in modo efficace al fine di produrre una risoluzione del problema
- Prestare attenzione al processo risolutivo, con riferimento alla situazione problematica, all'obiettivo da raggiungere, alla compatibilità delle soluzioni trovate
- Esporre con chiarezza il procedimento risolutivo seguito e confrontarlo con altri eventuali procedimenti
- Valutare i procedimenti esaminati con riferimento alla economia di pensiero, alla semplicità di calcolo, e alla possibilità di applicarli in altre situazioni
- Realizzare formalizzazioni e possibili generalizzazioni di un procedimento risolutivo seguito, ad es. passando dal problema considerato ad una classe di problemi
- Esplorare problemi dal punto di vista delle soluzioni e dei metodi risolutivi
- Saper risolvere problemi e confrontare strategie risolutive
- Costruire dimostrazioni in vari ambiti

Nota A ogni livello scolastico il risolvere problemi offre occasioni importanti agli allievi per costruire nuovi concetti e abilità, per arricchire di significati concetti già appresi e per verificare l'operatività degli apprendimenti realizzati in precedenza e rappresenta una fondamentale competenza trasversale. Affinché il porre e risolvere problemi sia effettivamente utile a mobilitare risorse intellettuali anche al di fuori delle competenze strettamente matematiche, contribuendo in tal modo alla formazione generale degli allievi, è necessario che quelli proposti siano autentici problemi per gli allievi e non semplici esercizi a carattere ripetitivo.

Le competenze degli allievi, soprattutto per quanto riguarda i problemi, difficilmente possono essere conseguiti in tempi medio-brevi. Per tale motivo, tutti gli obiettivi elencati per il primo ciclo, in particolare per la scuola secondaria di primo grado (scuola media), sono presenti anche nel secondo ciclo (scuola superiore), sia nel sistema dei licei sia nel sistema della formazione professionale. Ovviamente, cambiano la natura e la complessità dei problemi.